

Uvod u Teoriju odlučivanja

Dva pristupa donošenju odluka

Hijerarhijsko odlučivanje. Kriteriji i alternative se raspoređuju u nivoe “stabla”; odluke se donose nivo po nivo. Više o ovom pristupu u bližoj budućnosti.

Tablica odlučivanja. Alternative (u ovom pristupu ih zovemo “akcije”) i kriterije (tzv. “stanja svijeta”) raspoređujemo u tablicu.

Tablica odlučivanja

Primjer. Student želi fotokopirati neke materijale. Na izboru ima fotokopiraonu u zgradi Fakulteta (označimo ju sa Z) i fotokopiraonu cca 200m udaljenu od Fakulteta (označimo ju sa D). S jedne strane, fotokopiraona Z je skupa i osoblje ima alternativni pristup ljubasnosti; s druge strane, vani je ružno vrijeme, ima leda na cesati i postoji solidna opasnost da se student oklizne i ozlijedi. Kako odlučiti gdje kopirati materijale?

Prvo, trebamo odrediti koje su mogućnosti koje nam se pružaju. Te mogućnosti zovemo *alternative* i naš je zadatak izabrati jednu (najbolju) ili ih čak sve poredati.

Očito bitan faktor je “Što će se dogoditi?”, tj. da li će se student ozlijediti. Mogući odgovori su, naravno, “Da” i “Ne”. Te dvije situacije zovemo *stanja svijeta*.

Pripadna tablica odlučivanja izgleda ovako:

	Student se neće ozlijediti	Student će se ozlijediti
Fotokopiraona Z	Student je nepotrebno potrošio previše novca	Student je platio više, ali je izbjegao neugodnu ozlijedu i troškove liječenja
Fotokopiraona D	Student je minimalno platio	Student se ozlijedio i potrošio više novaca na liječenje, nego što je uštedio na fotokopiranju

Da bi donijeli odluku, događajima treba pridijeliti neke vrijednosti. Dakle, konačna tablica odlučivanja bi mogla izgledati otprilike ovako (uz pretpostavku da nas zanima samo materijalna strana odluke):

	Student se neće ozlijediti	Student će se ozlijediti
Fotokopiraona Z	X kn	X kn
Fotokopiraona D	x kn	x+L kn

Ovdje smo s x označili cijenu jeftinijeg kopiranja, s X cijenu skupljeg kopiranja i s L cijenu liječenja. Očito je da je ovo dosta neprecizan pristup (jer smo gledali samo direktnu cijenu, a ne i ostale faktore).

Inače prava cijena i zarada nisu uvijek dobre mjere, čak ni kada su konkretne svote poznate. Više riječi o tome će biti u idućim vježbama, kad ćemo promotriti četiri kriterija za usporedbu takvih vrijednosti.

Često se čini kako su neke odluke “očite” i kako nam ne treba nikakva duboka teorija da bismo donijeli ispravnu odluku. Stoga, pogledajmo sada nekoliko poznatih paradoksa u kojima razumnim i logičnim razmišljanjem dolazimo do nekonzistentnih odluka.

Minimizacija gubitka

Organizira se dobrotvorno okupljanje. Organizacijski odbor treba odlučiti između sportskog natjecanja i zabave na otvorenom. Naravno, prihod će u oba slučaja ovisiti o vremenu. Zbog jednostavnosti, recimo da vrijeme može biti samo kišno i sunčano. Predviđeni prihodi dani su tablicom:

<i>Prihod</i>	<i>Kišno</i>	<i>Sunčano</i>
<i>Natjecanje</i>	85 €	120 €
<i>Zabava</i>	75 €	150 €

Riječ je o dobrotvornoj zabavi, pa predsjednik odbora predlaže da se “ide na sigurno”, tj. da se izabere natjecanje jer garantira prihod od najmanje 85 €, dok zabava garantira samo 75 €. Prije glasanja, blagajnik se sjetio da se može uzeti osiguranje, koje daje 50 € ako se nešto dogodi. Sama polica košta 10 €. Dakle, ako uzmemo osiguranje, onda su mogući ishodi:

<i>Prihod</i>	<i>Kišno</i>	<i>Sunčano</i>
Natjecanje	125 €	110 €
Zabava	115 €	140 €

Prema istoj logici – koja opcija garantira veći prihod – predsjednik odbora sada predlaže zabavu (jer garantira 115 €, nasuprot 110 € kod natjecanja). No, blagajnik primjećuje da bi izbor u svakoj od tablica trebao biti jednak. Zašto?

U oba slučaja, ako pada kiša, natjecanje donosi 10 € više nego zabava, dok u slučaju sunčanog vremena, zabava donosi 30 € više nego natjecanje. Da bi ispravno odlučili, moramo razmotriti (i minimizirati!) gubitak. Drugim riječima, ne gledamo prihod, nego koliko manje dobijamo od maksimuma u danoj situaciji (kiša, odnosno sunce).

<i>Gubitak</i>	<i>Kišno</i>	<i>Sunčano</i>	<i>Najveći gubitak</i>
Natjecanje	0 €	30 €	30 €
Zabava	10 €	0 €	10 €

Očito, sada ćemo odlučiti za zabavu, jer je najveći gubitak kod zabave manji od najvećeg gubitka kod natjecanja. Tada se opet javi blagajnik i pita da li da uzmu osiguranje ili ne. Očito, ovako prezentirani problem nema dvije, nego četiri alternative između kojih treba odlučiti:

<i>Prihod i gubitak</i>	<i>Kišno</i>	<i>Sunčano</i>	<i>Najveći gubitak</i>
Natjecanje bez osiguranja	85 € (40 €)	120 € (30 €)	40 €
Zabava bez osiguranja	75 € (50 €)	150 € (0 €)	50 €
Natjecanje sa osiguranjem	125 € (0 €)	110 € (40 €)	40 €
Zabava sa osiguranjem	115 € (10 €)	140 € (10 €)	10 €

Konačna odluka je, dakle, da se organizira zabava, te da se uzme osiguranje protiv kiše.

Ovdje opisana metoda se zove **minimax regret**, jer je cilj izabrati alternativu koja minimizira najveći očekivani gubitak. Na prvi pogled, riječ je o logičnoj metodi. Ipak, moguće je da primjena ove metode dovede do kontradiktornih odluka. Na primjer, blagajnik dođe u osiguravajuće društvo uplatiti policu i tamo sazna da su ju ukinuli. Treba odlučiti između natjecanja bez osiguranja i zabava bez osiguranja. Primijenimo li opet minimizaciju gubitka, nalazimo se u dilemi: posljednja tablica daje natjecanje (gubitak od 40 €, naspram 50 € kod zabave), dok predzadnja tablica kao odluku daje zabavu (gubitak od 10 €, naspram 30 € kod natjecanja).

Naglasimo još da ova metoda narušava aksiom o postojanosti poretka nevažnih alternativa.

(Ne)ovisnost alternativa

Treba izabrati ručak. Za glavno jelo se nude ćevapi s lukom i roštilj. Uz to možemo piti Pepsi Max ili šampanjac. Da bi lakše usporedili preference, dodijelimo bodove pojedinim alternativama:

Ćevapi	10
Roštilj	8
Pepsi Max	6
Šampanjac	7

Napomena: Autorove preferencije ćevapa i Pepsija Max su daleko veće. Mali brojevi su izabrani samo za potrebe ovog primjera!

Zbrajanjem bodova pojedinih komponenata ručka, dobijamo bodove za cijele obroke:

Ćevapi i	Pepsi Max	16
Roštilj i	Pepsi Max	14
Ćevapi i	šampanjac	17
Roštilj i	šampanjac	15

Sada se logičnim čini za ručak uzeti alternativu s najviše bodova, tj. ćevape i šampanjac. A tko normalan bi to jeo i pio (zajedno)?!

Problem nastaje zato jer smo pretpostavili da su izbori hrane i pića neovisni, dok oni to nikako nisu. Pokazuje se da alternative (odnosno njihove težine) možemo zbrajati ako i samo ako su one neovisne (poglavlje 4 u Frenchu)!

Bordino prebrojavanje

U Osijeku se održavalo natjecanje za Mini Miss. U natjecanju su sudjelovale mala Ana (5 godina), Barica (4.5 godine), Cecilija (5.5 godina) i Darko (17 godina). Ocjene su donosili suci po slijedećem principu:

- Svaki sudac je dao ocjene od 1 do 4 svim natjecateljima
- Svom “favoritu” je dao najveću ocjenu (4), idućem prvu nižu ocjenu (3) itd. Natjecatelju koji ga se najmanje dojmio, dao je najnižu ocjenu (1).
- Ocjene svih sudaca su se zbrajale za svakog natjecatelja. Dobiveni brojevi su konačne ocjene.

U našem imaginarnom primjeru, suci su dali slijedeće ocjene:

	Suci							
	1	2	3	4	5	6	7	
Ana	4	3	1	3	1	4	3	19
Barica	1	4	2	4	2	1	4	18
Cecilija	3	2	4	2	4	3	2	20
Darko	2	1	3	1	3	2	1	13

I tako, baš dok se Cecilija veselila pobjedi i glavnoj nagradi (novom mobitelu), Baričin tim se pobunio, ustvrdivši da Darko ne odgovara nekim tehničkim specifikacijama za sudjelovanje u natjecanju “Mini Miss”. Naime, Darko je, u skladu sa svojim godinama, počeo polako gubiti kosu, a pravila natjecanja jasno kažu da “*sudjelovati mogu samo djevojčice duge kose, od 3 do 6 godina*”.

Žiri se povukao na vijećanje i već 17 dana kasnije donijeli su odluku da je Darko stvarno jako oćelavio i kao takav ipak ne može sudjelovati u natjecanju. Odlučeno je da se Darka diskvalificira, te da se konačno proglašuje pobjednica (još uvijek Cecilija).

No, Baričina ekipa se ponovno pobunila, ovaj put s argumentom da je Darka trebalo odmah diskvalificirati. Zahtijevali su novi izbor. Suci su rekli da oni svoje preference ne mijenjaju, tj. da njihove preference ostaju kao u tablici:

	Suci						
	1	2	3	4	5	6	7
Ana	1.	2.	4.	2.	4.	1.	2.
Barica	4.	1.	3.	1.	3.	4.	1.
Cecilija	2.	3.	1.	3.	1.	2.	3.
Darko	3.	4.	2.	4.	2.	3.	4.

Darkovim isključenjem, tablica preferenci pojedinih sudaca izgleda ovako:

	Suci						
	1	2	3	4	5	6	7
Ana	1.	2.	3.	2.	3.	1.	2.
Barica	3.	1.	2.	1.	2.	3.	1.
Cecilija	2.	3.	1.	3.	1.	2.	3.
Darko	3.	4.	2.	4.	2.	3.	4.

Sada tim preferencama opet dodjeljujemo težine, ovaj put od 1 do 3:

	Suci							
	1	2	3	4	5	6	7	
Ana	3	2	1	2	1	3	2	14
Barica	1	3	2	3	2	1	3	15
Cecilija	2	1	3	1	3	2	1	13
Darko	2	1	3	1	3	2	1	13

Cecilija se i dan danas oporavlja u određenoj instituciji, dok Barica uživa u svojoj

Ijepoti i novom mobitelu koji čak zna i primati SMS poruke!

Što se ovdje u stvari dogodilo?

Cecilija je, **prema mišljenjima svih sudaca**, bila bolja od Darka. Njegovim diskvalificiranjem, ona je izgubila po jedan bod **kod svakog suca!** S druge strane, sucima 1 i 6 se više sviđao Darko nego Barica, dok su suci 3 i 4 preferirali Darka i u odnosu na Anu i u odnosu na Baricu! Zato one nisu gubile bodove na odlukama tih sudaca, tj. Barica je izgubila samo 3 boda, a Ana 5.

Bordino prebrojavanje je klasičan primjer metode odlučivanja koja ne poštuje aksiom neovisnosti o irelevantnim alternativama. Naime, Darko je bio najlošije rangirani natjecatelj i nije dobro da njegovo sudjelovanje utječe na “odnos snaga” bilo koja dva druga natjecatelja; pogotovo ne na izbor najboljeg.

Primijetimo još da se Bordino prebrojavanje lako može primijeniti i u situacijama odlučivanja uz jaku nesigurnost. Samo je potrebno suce proglašiti stanjima svijeta!

Više o pravom natjecanju za Mini Miss Osjeka:

<http://web.archive.org/web/20030227160202/http://www.vecernji-list.hr/SPEKTAR/2002/02/03/Pages/kadnisi.html>

Svaka sličnost sa stvarnim natjecateljima je slučajna!

St. Petersburg Paradox

Igramo slijedeću igru. Bacamo novčić (pravilan, šanse za “pismo” i “glavu” su po 50%) dok ne padne “glava”. Ako se to dogodi u n -tom bacanju, dobit ćete 2^n €. Koliko biste bili spremni platiti za samo jedno sudjelovanje u takvoj igri?

Pogledajmo koliki je očekivani dobitak. Vjerojatnost da će tek u n -tom bacanju pasti “glava” je $\left(\frac{1}{2}\right)^n$, pa je očekivani dobitak

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 2^n = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$$

Ispada, dakle, da bi se za jednokratno sudjelovanje u ovoj igri isplatilo uložiti cjelokupnu imovinu! Naravno, takvu odluku ne možemo smatrati razumnom.

Dakle, očekivana dobit nije uvijek dobar kriterij za odluku u uvjetima nesigurnosti.